



„Między duchem a materią pośredniczy matematyka”

XXI JASIELSKI KONKURS MATEMATYCZNY IM. HUGONA STEINHAUSA

17 lutego 2023 r.

POZIOM CZWARTY

1. Marek zapytany o numer swojego biletu do cyrku odpowiedział: „Wszystkie cyfry numeru mojego biletu są różne. Połowa sumy sześciu liczb dwucyfrowych jakie można utworzyć z cyfr numeru biletu jest równa temu numerowi”. Wyznacz numer biletu.
2. Rozwiąż równanie
$$\frac{x}{2 + \frac{x}{2 + \frac{x}{2 + \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}}}}} = 3.$$
3. Dany jest trójkąt ABC, którego wysokości h_a, h_b, h_c , tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny. Miary kątów przy wierzchołkach A, B, C tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny. Wykaż, że trójkąt jest równoboczny.
4. Rozpatrzmy liczby naturalne a większe od 1000, w których zapisie występuje tylko cyfra 1: $a = \underbrace{111 \dots 11}_n$. Wykaż, że jeśli liczba a zapisana za pomocą n jedynek jest liczbą pierwszą, to liczba n również jest liczbą pierwszą.

Uwaga!

- Każde rozwiązanie zapisz na oddzielnej kartce.
- Do każdego z zadań należy przedstawić wszystkie etapy prowadzące do otrzymania rozwiązania.
- Czas pracy: 150 minut.

ŻYCZYMY POWODZENIA !