

II Wojewódzki Konkurs Matematyczny dla uczniów klas I i II szkół średnich województwa świętokrzyskiego

Zawody pierwszego stopnia (16 lutego 2023 r.).

1. Wyznacz największy wspólny dzielnik liczb: 119, 2023, 2040.
2. Zapis dziesiętny liczby trzycyfrowej A składa się z niezerowych cyfr a, b, c (np. $A = \overline{abc}$). Zapis dziesiętny liczby trzycyfrowej B składa się z tych samych trzech cyfr, tylko w innej kolejności (np. $B = \overline{cab}$). Uzasadnij, że liczba $B - A$ jest podzielna przez 9.

3. Która z liczb jest większa:
liczba

$$\sqrt{2\sqrt{5}-2} \cdot \sqrt{2\sqrt{5}+2} - (1-\sqrt{2})^2$$

czy liczba

$$\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

4. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} |x| - y = 2 \\ 2x = y + 6 \end{cases}$$

5. Dany jest trójkąt ABC . Na boku AB wybrano taki punkt D , że $AD : DB = 1 : 2$, na boku AC wybrano taki punkt E , że $AE : EC = 2 : 1$. Wyznacz stosunek pola trójkąta ADE do pola czworokąta $DBCE$.
6. Tabliczka czekolady złożona jest z 24 kostek. Chcemy podzielić ją tak, aby otrzymać wszystkie 24 kostki. Za każdym razem bierzemy do ręki **tylko jeden** kawałek czekolady (za pierwszym razem całą czekoladę) i łamiemy go na dwie części, wzdłuż linii podziału kostek. Jaką **najmniejszą** liczbę przełamań należy wykonać, aby uzyskać wszystkie 24 kostki. Odpowiedź uzasadnij.
7. Wyznacz wszystkie pary liczb całkowitych dodatnich a i b spełniających równanie

$$a^a + b^b = 2023^{2023}.$$

8. Udowodnij, że jeżeli liczby a i b są dodatnie to

$$a + 6b + 6a^2b + 9ab^2 \geq 18ab.$$

Informacje dla uczestnika zawodów

- Czas trwania zawodów: 90 minut.
- Należy pisać na białym papierze (może być w kratkę), nie używać koloru czerwonego.
- W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, praca zostanie unieważniona.
- Nie wolno korzystać z telefonów komórkowych; muszą być schowane i wyłączone.
- Można korzystać z tablic z wzorami matematycznymi, linijki, cyrkla i kalkulatora prostego.