

Przygotowanie do matury najważniejsze zagadnienia.

Wybrane działy do realizacji	Listy zadań	Data realizacji	Realizacja
Liczby rzeczywiste	Lista 1	17.02.2025-21.02.2025	Klasy maturalne
Wyrażenia algebraiczne	Lista 2	24.02.2025-28.02.2025	Klasy maturalne
Równania i nierówności	Lista 3	03.03.2025-07.03.2025	Klasy maturalne
Funkcje	Lista 4	10.03.2025-14.03.2025	Klasy maturalne
Ciągi i Trygonometria	Lista 5	17.03.2025-21.03.2025	Klasy maturalne

Po każdym tygodniu kartkówka.

I. LICZBY RZECZYWISTE

ZAKRES PODSTAWOWY. Uczeń:

- wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
- przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia np.:
 - dowód podzielność przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych;
 - dowód własność: że jeśli liczba przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3, to nie jest kwadratem liczby całkowitej
- stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
- stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
- stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli $x < y$ oraz $a > 1$, to $ax < ay$, zaś gdy $x < y < 0 < 1$, to $ax > ay$;
- posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania typu: $|x+4|=5$
- wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów;
- stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi;

Lista zadań 1

Liczby rzeczywiste

Zadanie 1. [2021 Informator CKE, zad.1, 1 pkt]

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $2021: (1 - \frac{1}{2022}) - (1 - \frac{2022}{2021}) : \frac{1}{2021}$ jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2021 D. 2023

Zadanie 2. [2022 marzec, zad.1, 1 pkt]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100}$ jest równa

- A. 6^{600} B. 6^{101} C. 3^{6100} D. 36^{600}

Zadanie 3. [matura, czerwiec 2023, zad.2, 1 pkt]

Dokończ zadanie. Wybierz zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x iloczyn $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ jest równy

- A. x B. $\sqrt[10]{x}$ C. $\sqrt[18]{x}$ D. x^2

Zadanie 4. Rozwiązaniem równania $|3x + 6| = 9$ są liczby:

- A. -5 i -1 B. 1 i 5 C. -5 i 1 D. -1 i 5

Zadanie 5. [matura, maj 2024, zad.2, 1 pkt]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Liczba $(\frac{1}{16})^8 \cdot 8^{16}$

- A. 2^{24} B. 2^{16} C. 2^{12} D. 2^8

Zadanie 6. [matura, maj 2023, zad.4, 1 pkt]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Liczba $\log_9 27 + \log_9 3$ jest równa

- A. 81 B. 9 C. 4 D. 2

Zadanie 7. [matura, czerwiec 2023, zad.5, 1 pkt]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Liczba $\log_2 \frac{1}{8} + \log_2 4$ jest równa

- A. (-1) B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 5

Zadanie 8. [matura, maj 2024, zad.4, 1 pkt]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Liczba $\log_{\sqrt{3}} 9$ jest równa

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 9

Zadanie 9. [matura, czerwiec 2024, zad.2, 1 pkt]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Liczba $\log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{2}{9}$ jest równa

- A. $\log_3 \frac{31}{18}$ B. $\log_3 \frac{5}{11}$ C. (-1) D. $\frac{1}{3}$

Zadanie 10. [matura, czerwiec 2023, zad.4, 1 pkt]

Klient wpłacił do banku 30 000 zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 7% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie. Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

- A. 2100 zł B. 2247 zł C. 4200 zł D. 4347 zł

Zadanie 11. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zad.3, 1 pkt]

Pan Grzegorz wpłacił do banku pewną kwotę na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank doliczał odsetki w wysokości 5% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie. Po dwóch latach oszczędzania pan-Grzegorz odebrał z tego banku wraz z odsetkami kwotę 4851 zł (bez uwzględnienia podatków). Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Kwota wpłacona przez pana Grzegorza na tę lokatę była równa

- A. 4300 zł B. 4400 zł C. 4500 zł D. 4600 zł

Zadanie 12. [matura, czerwiec 2023, zad.4, 1 pkt]

Klient wpłacił do banku na trzyletnią lokatę kwotę w wysokości K_0 zł. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 6% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie – zgodnie z procentem składanym.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po trzech latach oszczędzania w tym banku kwota na lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

- A. $K_0 \cdot (1,06)^3$ B. $K_0 \cdot (1,02)^3$ C. $K_0 \cdot (1,03)^6$ D. $K_0 \cdot 1,18$

Zadanie 13. [0-2 pkt]

Udowodnij, że liczba $4^{37} \cdot 2^{14}$ jest większa od 8^{29} .

Zadanie 14. [0-2 pkt]

Udowodnij, że liczba $6^{2025} - 6^{2024} + 6^{2023}$ jest podzielna przez 31.

Zadanie 15. [0-2 pkt]

Udowodnij, że iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielny przez 6.

Zadanie 16. [0-2 pkt]

Masa połowicznego rozpadu radu – 226 jest równa 1600 lat. Jeśli masa początkowa wynosi m_0 , to po upływie t masa dana jest za pomocą wzoru:

$$m = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1600}}$$

Oblicz, ile masy z 60mg próbki radu-226 zostanie po 3200 latach.

Zadanie 17. [matura, czerwiec 2017, zadanie 1.(1pkt)]

Liczba $|9 - 2| - |4 - 7|$ jest równa:

- A. 4 B. 10 C. -10 D. -4

Zadanie 18. [matura, czerwiec 2014, zadanie 1.(1pkt)]

Która z poniższych równości jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej x ?

A. $\sqrt{x^2} = x$

B. $|-x| = x$

C. $|x - 1| = x - 1$

D. $\sqrt{(x + 1)^2} = |x + 1|$

Zadanie 19.(informator maturalny)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{\sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54}}$ jest równa:

A. $\sqrt[3]{\frac{76}{49}}$

B. -1

C. 4

D. $4\sqrt[3]{2}$

Zadanie 20. [matura, maj 2021, zadanie 2.(1pkt)]

Liczba 78 stanowi 150% liczby c . Wtedy liczba c jest równa.

A. 60

B. 52

C. 48

D. 39

Zadanie 21. [matura, maj 2012, zadanie 1.(1pkt)]

Cenę nart obniżono o 20%, a po miesiącu nową cenę obniżono o dalsze 30%. W wyniku obu obniżek cena nart zmniejszyła się o

A. 44%

B. 50%

C. 56%

D. 60%

II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

ZAKRES PODSTAWOWY. Uczeń:

1. stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$
2. dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;
3. wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;
4. mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;

Lista zadań 2

Zadanie 1. [matura, czerwiec 2023, zad.6, 1 pkt]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Liczba $(1 + \sqrt{5})^2 - (1 - \sqrt{5})^2$ jest równa:

A. 0

B. (-10)

C. $4\sqrt{5}$

D. $2 + 2\sqrt{5}$

Zadanie 2. [matura, maj 2012, zadanie 3.(1pkt)]

Liczba $(3 - \sqrt{2})^2 + 4(2 - \sqrt{2})$ jest równa:

A. $19 - 10\sqrt{2}$

B. $17 - 4\sqrt{2}$

C. $15 + 14\sqrt{2}$

D. $19 + 6\sqrt{2}$

Zadanie 3 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 i 2 wyrażenie $\frac{x^2+x}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x}$

A. $\frac{x^2+1}{x-2}$

B. $\frac{x+1}{2}$

C. $\frac{x^2}{(x-2)^2}$

D. $\frac{x+1}{x-2}$

Zadanie 4 (0-1)

Wyrażenie $W = \frac{(2x+3)^2}{(4x^2-9)^2}$ po skróceniu ma postać:

A. $\frac{1}{2x-3}$

B. $\frac{1}{2x+3}$

C. $\frac{1}{(2x+3)^2}$

D. $\frac{1}{(2x-3)^2}$

Zadanie 5 (0-1)

Wyrażenie $\frac{x^2-y^3}{xy^2}$ dla $x=1$ i $y=-2$ wynosi:

A. $-\frac{7}{4}$

B. $\frac{7}{4}$

C. $-\frac{9}{4}$

D. $\frac{9}{4}$

Zadanie 6 (0-2)

Wykaż, że liczba $4^{105} + 3 \cdot 4^{104} + 5 \cdot 4^{103}$ jest podzielna przez 33

Zadanie 7 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x , różnej od 0 oraz -2 i 2, wartość wyrażenia $\frac{x}{2-x} \div \frac{3x^2+6x}{x^2-4}$ jest równa

A. $-\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. -3

D. 3

Zadanie 8 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $9x^2 + 30x + 25$ jest równe:

A. $(2x-3)(2x+3)$

B. $(2x-3)^2$

C. $(3x+5)^2$

D. $3x(x+8) + 25$

Zadanie 9 (0-2)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $5(2n+1)^2 - 5n$ jest podzielna przez 40

Zadanie 10 (0-2) infor CKE 2021

Dane są liczby $a = \sqrt{5} - 2$ oraz $b = \sqrt{5} + 2$. Oblicz wartość wyrażenia:

$\frac{ab}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} : \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$ dla podanych a i b

III. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

ZAKRES PODSTAWOWY. Uczeń:

1. przekształca równania i nierówności w sposób równoważny, w tym np. przekształca równoważnie równanie $\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}$
2. interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;
3. rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
4. rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;
5. rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x)=0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej

Lista zadań 3

Zadanie 1 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem równania $3 - \frac{x+2}{2} = x + 1$ jest liczba:

- A. -2 B. 2 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

Zadanie 2 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Która z liczb nie jest rozwiązaniem równania $-x^4 + 3x^2 = 2x$

- A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

Zadanie 3 (0-2)

Rozwiąż równanie $|x + 3| = 8$

Zadanie 4 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba 3 jest rozwiązaniem równania $(a + 2)x = 5a + 4$. Liczba a jest, więc równa:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Zadanie 5 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem nierówności $\frac{x-2}{3} < \frac{x-2}{2}$ jest przedział:

- A. $(2, +\infty)$ B. $\langle 2, +\infty)$ C. $(-\infty, -2)$ D. $(-\infty, -2\rangle$

Zadanie 6 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą liczbą naturalną spełniającą nierówność $x^2 + 2 \leq (x + 2)^2 + 3$ jest liczba:

A. $-\frac{5}{4}$

B. -1

C. 0

D.

Zadanie 7 (0-2)

Rozwiąż nierówność $x^2 - 6x < 7$.

Zadanie 8 (0-1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B, C oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.

Równanie $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = 0,5x - 0, (3)$

A.	jest sprzeczne	ponieważ można je przedstawić w postaci	1.	$0 = \frac{2}{3}$
B.	ma dokładnie jedno rozwiązanie		2.	$x = 0$
C.	ma nieskończenie wiele rozwiązań		3.	$0 = 0$

Zadanie 9 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(x^2+3x)(x^2-5)}{x^2-9}$ ma dokładnie:

A. cztery rozwiązania

B. trzy rozwiązania

C. dwa rozwiązania

D. jedno rozwiązanie

Zadanie 10 (0-3)

Rozwiąż równanie $\frac{x+3}{x-2} = \frac{5x-3}{x-1}$. Podaj dziedzinę równania

Zadanie 11 (0-2)

Rozwiąż równanie $(x^2 - 7x)(x^3 + 125)(x + 7) = 0$

Zadanie 12 (0-1)

Dane jest równanie $x^2 + bx + 3 = 0$, gdzie b jest parametrem.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeżeli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeżeli jest fałszywe.

Jeżeli liczba $b = 4$ to równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie równe (-1)	P	F
---	---	---

Jeżeli rozwiązaniem jest liczba (-3) to parametr $b = -2$

P

F

Zadanie 13 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Podane liczby $\{-3, 5\}$ jest rozwiązaniem równania:

A. $|x - 3| = 6$

B. $|x + 3| = 0$

C. $|x - 1| = -4$

D. $|x - 1| = 4$

Zadanie 14 (0-1)

Dane jest równanie $\frac{2}{2x+1} = \frac{x-1}{x+2}$

Wyznacz dziedzinę tego równania. Rozwiąż to równanie.

Zadanie 15 (0-2)

Rozwiąż nierówność $(3x - 4)(x - 1) < 0$

Zadanie 16 (0-2)

Dokończ zdanie. Wybierz dwie poprawne odpowiedzi z podanych.

Rozwiązaniem nierówności $x - 1 \leq x\sqrt{2} + \sqrt{2}$ jest przedział:

A. $\left(-\infty, \frac{\sqrt{2}+1}{1-\sqrt{2}}\right)$

B. $\left(\frac{\sqrt{2}+1}{1-\sqrt{2}}, +\infty\right)$

C. $(-\infty, 3)$

D. $\langle 3, +\infty)$

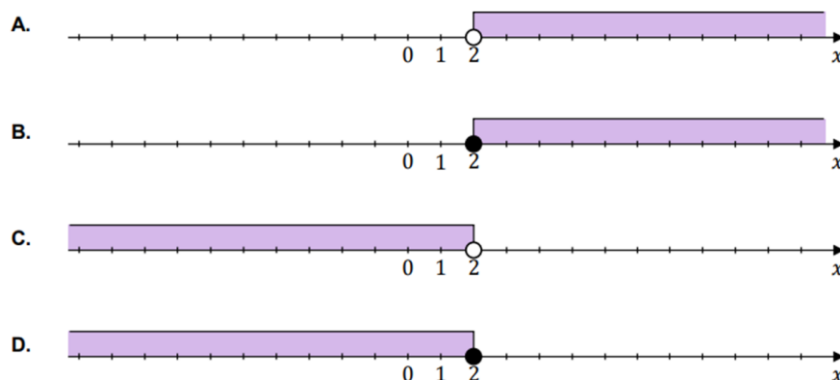
E. $(-\infty, -3 - 2\sqrt{2})$

F. $\langle -3 - 2\sqrt{2}, +\infty)$

Zadanie 17 (0-2)

Dana jest nierówność $\frac{2x-1}{2} - \frac{x+2}{3} \geq \frac{1}{6}$

Na rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Zadanie 18 (0-2)

Rozwiąż nierówność $(x - 1)(x + 3) > 3 - 3x$

Zadanie 19 (0-2)

Równanie $x(x^2 + 36)(x^2 - 25) = 0$ z niewiadomą x wybierz odpowiedź:

- A. ma jedno rozwiązanie w zbiorze liczb rzeczywistych
- B. ma dokładnie cztery rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych
- C. ma dokładnie trzy rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych
- D. ma dokładnie pięć rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych

Zadanie 20 (0-2)

Rozwiąż nierówność : $(2x - 3)(3 - x) \geq 0$

V. FUNKCJE

ZAKRES PODSTAWOWY. Uczeń:

- określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);
- oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
- odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;
- odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;
- interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;

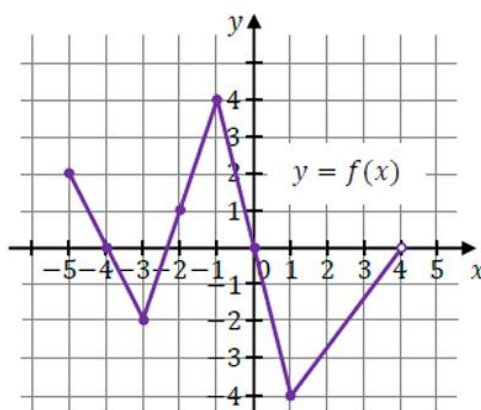
6. wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach, szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
7. szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
8. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);
9. wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
10. wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
11. wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
12. na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji: $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$;
13. posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$ w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
14. posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi

Lista zadań 4

FUNKCJA

Zadanie 1

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono wykres funkcji f określonej dla każdego $x \in [-5, 4)$. Na tym wykresie zaznaczono punkty o współrzędnych całkowitych.



Zadanie 1.2 (0-1)

Zapisz w wykropkowanym miejscu zbiór wartości funkcji f .

.....

Zadanie 1.2 (0-1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dla każdego argumentu z przedziału $(-4, -2)$ funkcja f przyjmuje wartości ujemne.	P	F
Funkcja f ma trzy miejsca zerowe.	P	F

Zadanie 1.3 (0-1)

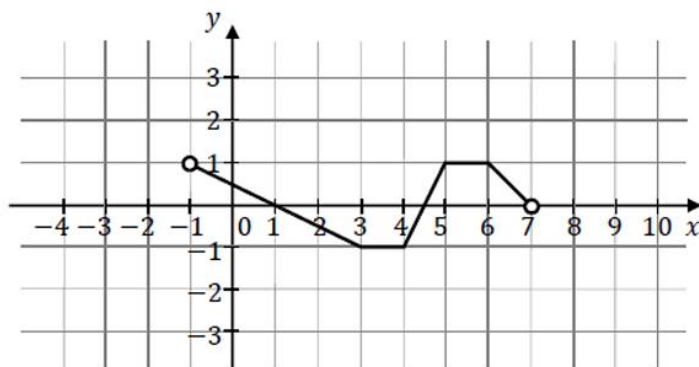
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $[-4, 0]$ jest równa

- A. (-4) B. (-3) C. (-2) D. 0

Zadanie 2 (0-1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $(-1, 7)$.



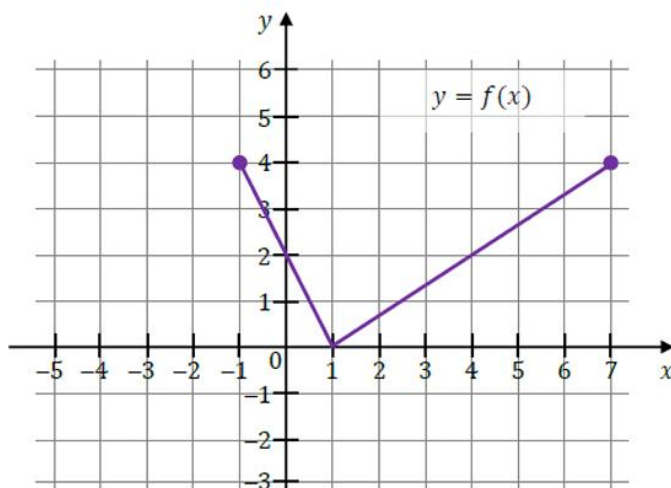
Wskaż zdanie prawdziwe.

- A. Funkcja f ma trzy miejsca zerowe.
 B. Zbiorem wartości funkcji f jest $(-1, 1)$.
 C. Funkcja f osiąga wartość największą równą 1.
 D. Funkcja f osiąga wartości ujemne dla argumentów ze zbioru $(-1, 0)$.

Zadanie 3

Na rysunku 1., w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono wykres funkcji f .
Każdy z punktów przecięcia wykresu funkcji f z prostą o równaniu $y = 2$ ma obie współrzędne całkowite.

Rysunek 1.



Zadanie 3.1 (0-1)

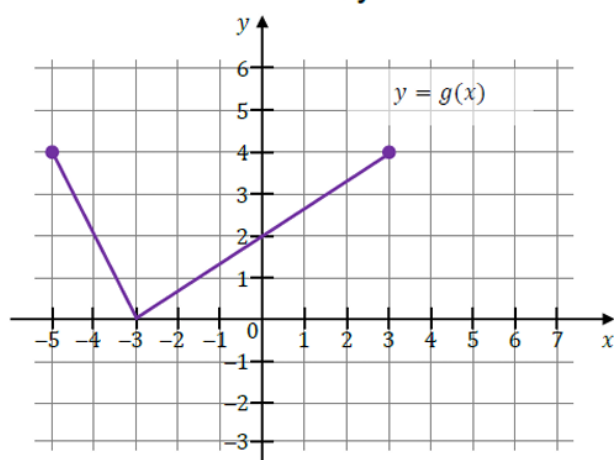
Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \leq 2$ jest przedział

Zadanie 3.2 (0-1)

Na rysunku 2., w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono wykres funkcji g , powstałej w wyniku przesunięcia równoległego wykresu funkcji f wzdłuż osi Ox o 4 jednostki w lewo.

Rysunek 2.



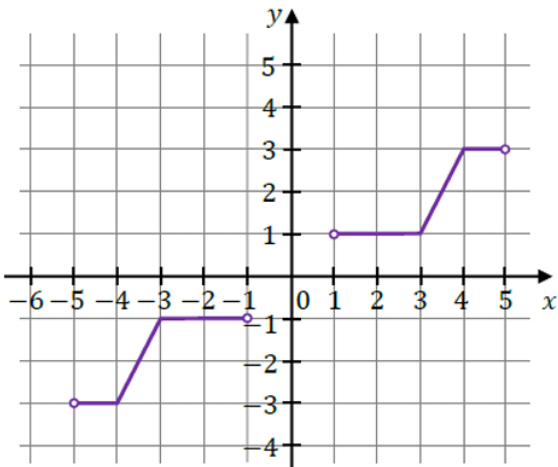
Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1. albo 2.

Funkcje f i g są powiązane zależnością

A.	$g(x) = f(x + 4)$	oraz mają takie same	1.	dziedziny.
B.	$g(x) = f(x - 4)$		2.	zbiory wartości.
C.	$g(x) = f(x) - 4$			

Zadanie 4

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 4.1 (0-2)

Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

Dziedziną funkcji f jest zbiór	
Zbiorem wartości funkcji f jest zbiór	

- A. $[-3, -1] \cup [1, 3]$
- B. $(-3, 3)$
- C. $(-3, -1) \cup (1, 3)$
- D. $[-5, -1] \cup [1, 5]$
- E. $(-5, 5)$
- F. $(-5, -1) \cup (1, 5)$

Zadanie 5 (0-1)

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabeli

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	-3	-4	4	1	5	0	2

Uzupełnij poniższą tabelę. **Wpisz** w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.

9.1.	Największa wartość funkcji f jest równa	
9.2.	Miejsce zerowe funkcji f jest równe	

A. 1 B. 2 C. 4 D. 5 E. 6

Zadanie 6 (0-1)

Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej $y = f(x)$ ma współrzędne $(2, 2)$. Wówczas wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji $g(x) = f(x+2)$ ma współrzędne

A. $(4, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $(2, 0)$ D. $(2, 4)$

Zadanie 7 (0-2)

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabeli

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	2	0	1	0	2	1

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe.	P	F
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji f jest symetryczny względem osi Oy .	P	F
Największa wartość funkcji f jest równa 3.	P	F

FUNKCJA LINIOWA

Zadanie 1 (0-1)

Wzór funkcji liniowej f , której wykres przechodzi przez punkt $A=(1,-2)$ i przecina oś OY w punkcie $B=(0,1)$ to:

- A. $f(x) = 3x + 1$
- B. $f(x) = -3x + 1$
- C. $f(x) = 3x - 1$
- D. $f(x) = -3x - 1$

Zadanie 2 (0-1)

Proste o równaniach $y=(m+2)x+3$ oraz $y=(2m-1)x-3$ są równoległe, gdy:

- A. $m=2$
- B. $m=3$
- C. $m=0$
- D. $m=1$

Zadanie 3 (0-1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresy funkcji liniowych $f(x) = (2m + 7)x + 5$ oraz $g(x) = 3x$ nie mają punktów wspólnych dla

- A. $m = -2$
- B. $m = -1$
- C. $m = 1$
- D. $m = 2$

Zadanie 4 (0-1)

Miejszem zerowym funkcji liniowej f jest liczba 1. Wykres tej funkcji przechodzi przez punkt $(-1, 4)$.

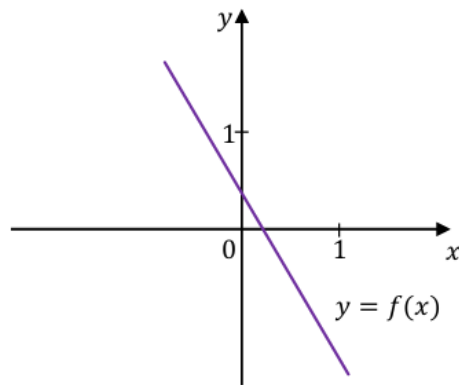
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wzór funkcji f ma postać

- A. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$
- B. $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$
- C. $f(x) = -2x + 2$
- D. $f(x) = -3x + 1$

Zadanie 5 (0-1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji f w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) .



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a oraz liczba b we wzorze funkcji f spełniają warunki:

- A.** $a > 0$ i $b > 0$. **B.** $a > 0$ i $b < 0$.
C. $a < 0$ i $b > 0$. **D.** $a < 0$ i $b < 0$.

Zadanie 6 (0-1)

Funkcje liniowe f oraz g , określone wzorami $f(x) = 3x + 6$ oraz $g(x) = ax + 7$, mają to samo miejsce zerowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik a we wzorze funkcji g jest równy

- A. $\left(-\frac{7}{2}\right)$ B. $\left(-\frac{2}{7}\right)$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{7}{2}$

Zadanie 7 (0-1)

Liczba 2 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (3 - m)x + 4$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba m jest równa

- A. 0 B. 3 C. 4 D. 5

Zadanie 8 (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) prosta o równaniu $y = ax + b$ przechodzi przez punkty $A = (-3, -1)$ oraz $B = (4, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik a w równaniu tej prostej jest równy

- A. (-4) B. $\left(-\frac{1}{2}\right)$ C. 2 D. $\frac{4}{7}$

Zadanie 9 (0-1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3$.

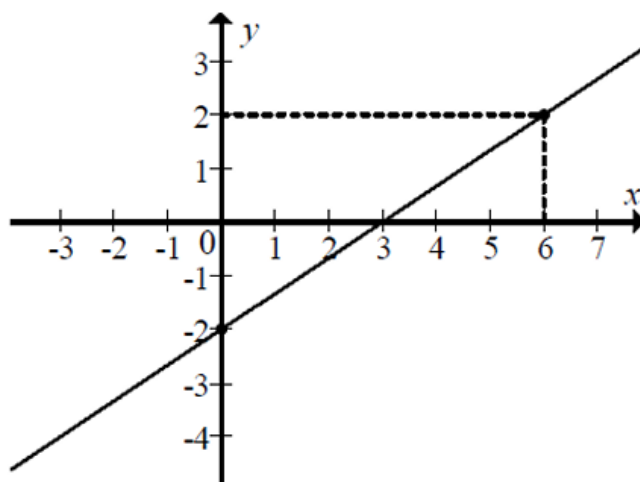
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji $y = f(x)$ jest prostą nachyloną do osi Ox pod kątem ostrym α .

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Sinus kąta α jest równy

Zadanie 10 (0-1)

Na rysunku przedstawiony jest fragment prostej o równaniu $y = ax + b$ przechodzącej przez punkty $(0, -2)$ i $(6, 2)$.



Wtedy

A. $a = \frac{2}{3}$, $b = -2$

B. $a = 3$, $b = -2$

C. $a = \frac{3}{2}$, $b = 2$

D. $a = -3$, $b = 2$

FUNKCJA KWADRATOWA

Zadanie 1 (0-2)

Funkcje A , B , C , D , E oraz F są określone dla każdej liczby rzeczywistej x . Wzory tych funkcji podano poniżej.

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Przedział $(-\infty, 2]$ jest zbiorem wartości funkcji oraz

A. $A(x) = -(x - 3)^2 + 2$

B. $B(x) = x^2 + 2$

C. $C(x) = -5(x - 2)^2$

D. $D(x) = (x - 2)^2$

E. $E(x) = 2x^2 - 8x + 10$

F. $F(x) = -2x^2 + 4x$

Zadanie 2 (0-2)

Parabola, która jest wykresem funkcji kwadratowej f , ma z osiami kartezjańskiego układu współrzędnych (x, y) dokładnie dwa punkty wspólne: $M = (0, 18)$ oraz $N = (3, 0)$.

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f . Zapisz obliczenia.

Zadanie 3

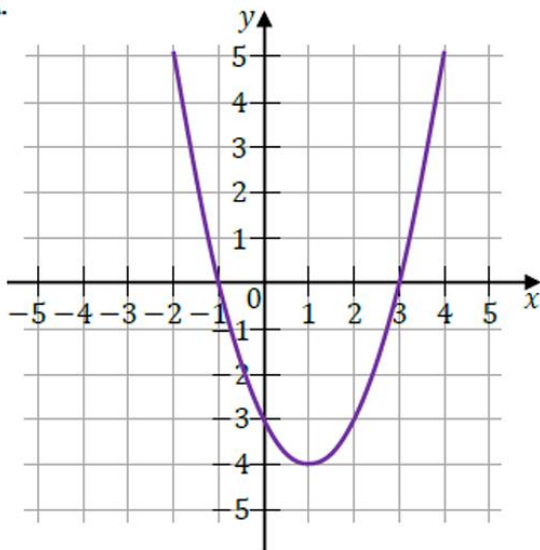
Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x + 1)^2 + 4$.

Zadanie 3.1 (0-1)

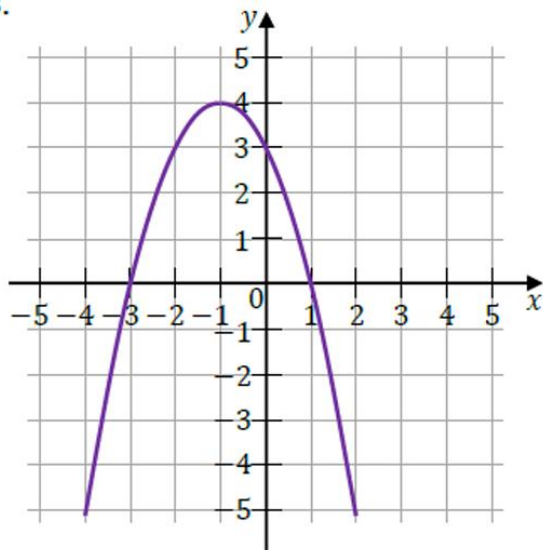
Na jednym z rysunków A–D przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , fragment wykresu funkcji $y = f(x)$.

Fragment wykresu funkcji $y = f(x)$ przedstawiono na rysunku

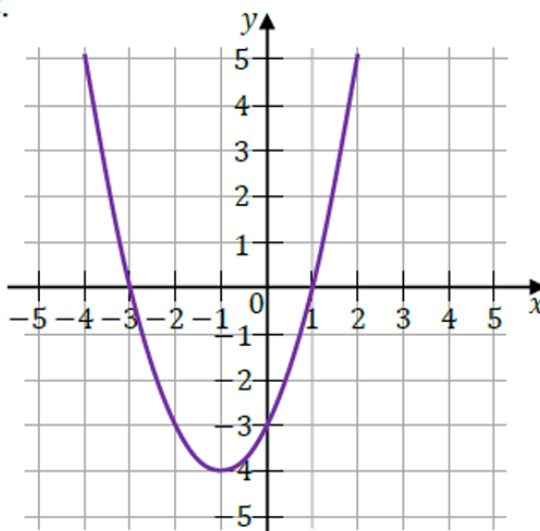
A.



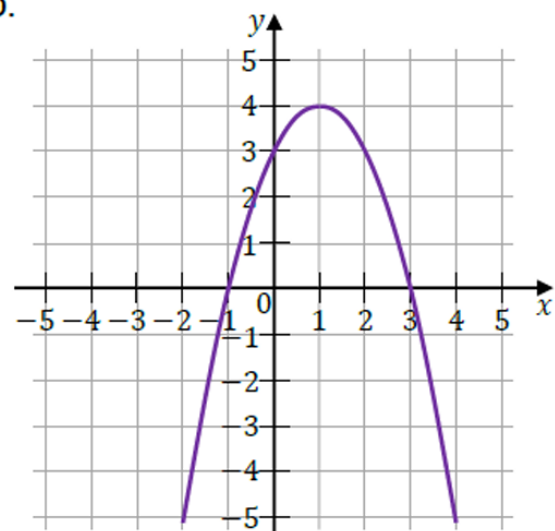
B.



C.



D.



Zadanie 3.2 (0-1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wykres funkcji f przecina oś Oy kartezjańskiego układu współrzędnych (x, y) w punkcie o współrzędnych $(0, 4)$.	P	F
Miejsca zerowe funkcji f są równe: (-3) oraz 1 .	P	F

Zadanie 4 (0-1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x - 3$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o współrzędnych

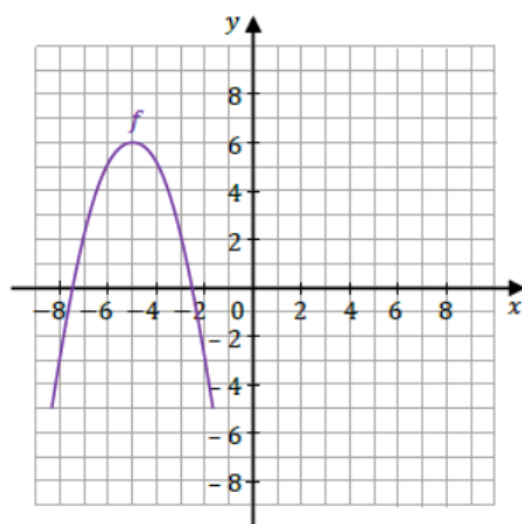
- A. $(-6, -3)$ B. $(-6, 69)$ C. $(3, -12)$ D. $(6, -3)$

Zadanie 5

Wzór funkcji kwadratowej można zapisać w postaci ogólnej, kanonicznej lub iloczynowej (o ile istnieje).

Zadanie 5.1 (0-1)

Dana jest funkcja kwadratowa $y = f(x)$, której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych, jeżeli wiadomo, że jeden ze wzorów podanych w odpowiedziach A–D to wzór funkcji f .

Funkcja kwadratowa $y = f(x)$ jest określona wzorem

- A. $y = -(x + 5)^2 - 6$
 B. $y = -(x + 5)^2 + 6$
 C. $y = -(x - 5)^2 - 6$
 D. $y = -(x - 5)^2 + 6$

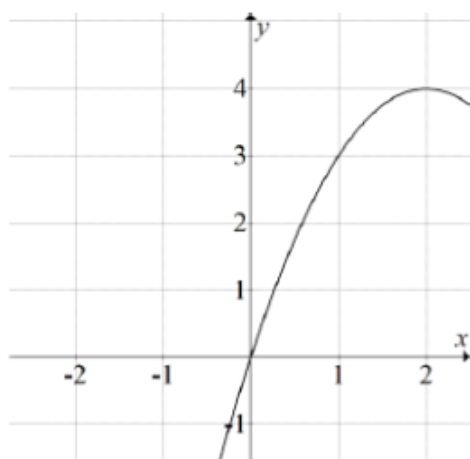
Zadanie 5.2 (0-2)

Do wykresu pewnej funkcji kwadratowej $y = g(x)$ należy punkt o współrzędnych $P = (2, -6)$. Oś symetrii wykresu tej funkcji jest prosta o równaniu $x = 3$, a jednym z miejsc zerowych funkcji g jest $x_1 = 1$.

Wyznacz i zapisz wzór funkcji $y = g(x)$ w postaci iloczynowej.

Zadanie 6 (0-1)

W układzie współrzędnych narysowano część paraboli o wierzchołku w punkcie $A = (2, 4)$, która jest wykresem funkcji kwadratowej f .



Funkcja f może być opisana wzorem

- A. $f(x) = (x - 2)^2 + 4$
- B. $f(x) = (x + 2)^2 + 4$
- C. $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$
- D. $f(x) = -(x + 2)^2 + 4$

Zadanie 7 (0-1)

Dana jest funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = -2(x - 2)(x + 1)$. Funkcja f jest rosnąca w zbiorze

- A. $(-\infty, \frac{1}{2})$
- B. $(-1, 2)$
- C. $(0, \frac{5}{2})$
- D. $(\frac{5}{2}, +\infty)$

Zadanie 8 (0-1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 2x - 11$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o współrzędnych

- A. $(-2, -3)$
- B. $(-2, -12)$
- C. $(1, -8)$
- D. $(1, -12)$

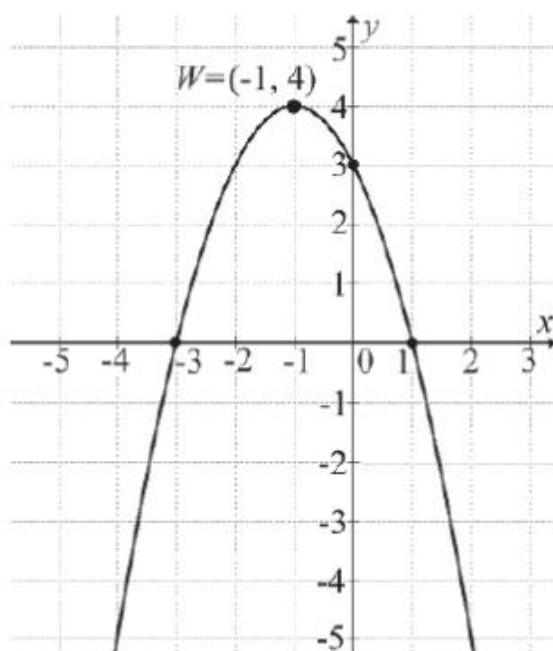
Zadanie 9 (0-1)

Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = x^2 + x + c$. Jeżeli $f(3) = 4$, to

- A. $f(1) = -6$
- B. $f(1) = 0$
- C. $f(1) = 6$
- D. $f(1) = 18$

Zadanie 10 (0-1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$, której miejsca zerowe to: -3 i 1 .



Współczynnik c we wzorze funkcji f jest równy

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

VI. CIĄGI

ZAKRES PODSTAWOWY. Uczeń:

1. oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
2. oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie,
3. w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący;
4. sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
5. stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
6. stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
7. wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym;

Lista zadań 5

Zadanie 1 (0 – 1)

Trójwyrazowy ciąg $(x + 1, x - 1, 2x)$ jest arytmetyczny dla

- A. $x=(-3)$ B. $x=(-1)$ C. $x=0$ D. $x=2$

Zadanie 2 (0 – 1)

Ciąg $(x, 2x + 3, 4x + 3)$ jest geometryczny. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

- A. (-4) B. 1 C. 0 D. (-1)

Zadanie 3 (0 – 1)

Czternasty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 8, a różnica tego ciągu jest równa (-32) .

Siódmy wyraz tego ciągu jest równy

- A. 372 B. (-372) C. (-52) D. 52

Zadanie 4 (0 – 1)

Wszystkie dwucyfrowe liczby naturalne podzielne przez 7 tworzą rosnący ciąg arytmetyczny.

Dwunastym wyrazem tego ciągu jest liczba

- A. 77 B. 84 C. 91 D. 98

Zadanie 5 (0 – 1)

Trzywyrazowy ciąg $(5m, 4 + 2m, m)$ jest arytmetyczny, gdy liczba m jest równa

- A. (-4) B. (-1) C. 1 D. 4

Zadanie 6 (0 – 1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym: $a_2 = 1/6$ oraz $a_3 = 1/9$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Piąty wyraz ciągu (a_n) jest równy

- A. $1/15$ B. $2/27$ C. $4/81$ D. $8/243$

Zadanie 7 (0 – 2)

Dany jest trzywyrazowy ciąg $(24, 4, 2m - 4)$:

- a) wyznacz m , aby ciąg był arytmetyczny;
- b) wyznacz m , aby ciąg był geometryczny.

Zadanie 8 (0 – 2)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Czwarty wyraz tego ciągu jest równy 11, a suma czterech początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 68.

Oblicz wartość pierwszego wyrazu ciągu (a_n) . **Zapisz obliczenia.**

Zadanie 9 (0 – 1)

Trzywyrazowy ciąg $(2m - 5, 4, 9)$ jest arytmetyczny. Oblicz m . **Zapisz obliczenia.**

Zadanie 10 (0 – 2)

Oblicz x i y , jeśli:

- a) trzywyrazowy ciąg $(-1, 2, x)$ jest arytmetyczny;
- b) trzywyrazowy ciąg $(-1, 2, y)$ jest geometryczny.

Zapisz obliczenia.

VII. TRYGONOMETRIA

ZAKRES PODSTAWOWY. Uczeń:

1. wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$;
2. korzysta z wzorów: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
3. stosuje twierdzenia cosinusów oraz wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$
4. oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne, w tym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych);

Zadanie 1 (0 – 1)

Kąt α jest ostry oraz $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. **Oblicz** tangens kąta α .

Zadanie 2 (0 – 2)

Kąt α jest ostry oraz $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{13}$. **Oblicz** wartość wyrażenia:
 $2 \cdot \sin \alpha - 3 \cdot \cos \alpha =$

Zadanie 3 (0 – 1)

Kąt α jest ostry oraz $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$. **Oblicz** tangens kąta α .

Zadanie 4 (0 – 2)

Kąt α jest rozarty i $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{5}$. **Oblicz** sinus i tangens kąta α .

Zadania 5 (0 – 2)

Dany jest punkt $P(-5; 3)$, który wyznacza kąt w układzie współrzędnych. **Oblicz** wartość wyrażenia:

$$\sin \alpha + \cos \alpha =$$

Zadanie 6 (0 -1)

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$. **Oblicz** $\sin \alpha$.

Zadanie 7 (0 – 1)

Dany jest punkt $P = (-4; 3)$, który wyznacza kąt w układzie współrzędnych. **Oblicz** $\cos \alpha$.

Zadanie 8 (0 – 1)

Oblicz pole trójkąta, którego dwa boki mają długości odpowiednio 3 cm i 7 cm, oraz kąt zawarty między tymi bokami ma miarę 60° .

Zadanie 9 (0 – 1)

Oblicz pole trójkąta, którego dwa boki mają długości odpowiednio $5\sqrt{2}$ cm i 8 cm, oraz kąt zawarty między tymi bokami ma miarę 135° .

Zadanie 10 (0 – 1)

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$. **Oblicz $\sin \alpha$.**